Números complejos y ecuaciones

REPASO UNI - 2021

1. Indique la parte imaginaria de z si

$$z=\frac{1+ai}{a+i}+\frac{a+3i}{1-ai}$$

A) 1 B) 3 C) 4
D) 2 E) 5

2. Sea $z=\frac{1}{a+bi}+\frac{1}{b+ai}$;

tal que $a; b>0$ y $\overline{z}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$

Determine el máximo módulo de $(a+b)$.

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) 6
D) $2\sqrt{2}$ E) 4

3. Halle el módulo del complejo.

$$z=\sqrt{\frac{(\sqrt{2}+1)(i\sqrt{6}+\sqrt[4]{20})}{(1+\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt[4]{8}i)}};\ i=\sqrt{-1}$$

A) 1 B) 2 C) $\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}+1$ E) $\sqrt{2}-1$

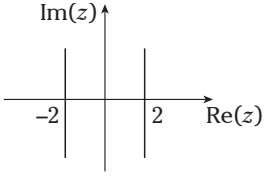
4. El lugar geométrico que representa a todos los $z=(x; y)\in\mathbb{C}$ que cumplen la igualdad $z\overline{z}=z+\overline{z}$ es

A) una elipse.
B) una recta.
C) una hipérbola.
D) una circunferencia.
E) un punto.

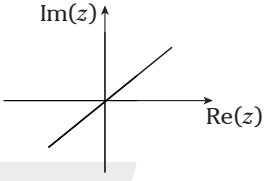
5. Determine la gráfica del conjunto

$$B=\{z\in\mathbb{C}/\operatorname{Im}(z^2-2)=|z|^2\}$$

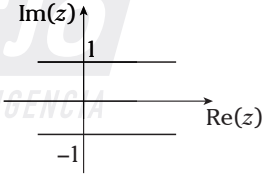
A)



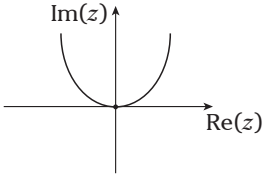
B)



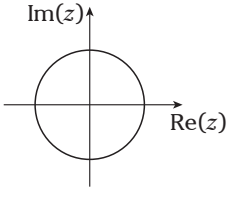
C)



D)



E)



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO CREEMOS EN LA EXIGENCIA

6. Si $\{z\,y\,w\}\subset\mathbb{C}$ y se cumple que $|z-w|=|z|+|w|$ entonces podemos afirmar que

A) $\forall\,\lambda\in\mathbb{R}/z=\lambda w$
B) $\exists\,\lambda\in\mathbb{R}/z=\lambda w$
C) $z=w$
D) $\exists\,\lambda\in\mathbb{R}/z=\lambda w+i$
E) $\forall\,\lambda\in\mathbb{R}^+/z=\lambda w$

7. Si
$A=\{z\in\mathbb{C}/|z-5i|=3\}$
$B=\{z\in\mathbb{C}/4\mathrm{Im}(z)=3\mathrm{Re}(z)\}$
calcule el menor módulo que puede presentar $z=z_1-z_2$, tal que $z_1\in A\ \wedge\ z_2\in B$.

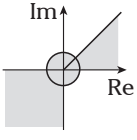
A) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\sqrt{2}$ C) 1
D) $\sqrt{2}-1$ E) $1+\sqrt{2}$

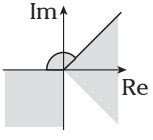
8. Si $z\in\mathbb{C}$ y $\theta=\arg(z)$, halle el módulo de $z+z^{-1}$.

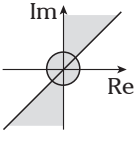
A) $\sqrt{|z|^2+|z|^{-2}-2\cos 2\theta}$
B) $\sqrt{|z|^2+|z|^{-2}+4\cos 2\theta}$
C) $\sqrt{|z|+|z|^{-1}+2\cos 2\theta}$
D) $\sqrt{|z|^2+|z|^{-2}+2\cos 2\theta}$
E) $\sqrt{|z|+|z|^{-1}-2\cos 2\theta}$

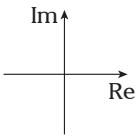
9. Determine la unión de los siguientes conjuntos.

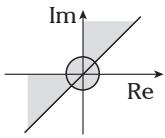
$A=\left\{z\in\mathbb{C}\Big/0\le\arg(z)\le\dfrac{\pi}{4}\right\}$
$B=\{z\in\mathbb{C}/|z|\le 1\}$
$C=\{w\in\mathbb{C}/\mathrm{Re}(z)\le 0\ \wedge\ \mathrm{Im}(z)\le 0\}$

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

10. Si $\alpha\ \wedge\ \beta$ son las raíces de la ecuación $x^2-2x-1=0$; determine la ecuación de raíces α^2 y β^2.

A) $x^2-5x+2=0$
B) $x^2-6x+1=0$
C) $x^2+6x+1=0$
D) $x^2-6x-1=0$
E) $x^2-5x+1=0$

11. Si $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$ es una raíz de la ecuación $x^3=12+9x$, determine el menor valor de $a-b$.

A) 6
B) 3
C) −5
D) −6
E) −3

12. La suma de coeficientes del polinomio
$P_{(x)}=ax^4-x^3+(2a-2)x^2-2x-4$
es −6, entonces podemos afirmar que presenta

A) 4 raíces racionales.
B) 2 raíces racionales y 2 raíces irracionales.
C) 4 raíces reales.
D) 2 raíces racionales y 2 raíces imaginarias.
E) 4 raíces imaginarias.

13. Luego de resolver la ecuación
$\dfrac{x+a}{x-b}+\dfrac{ax+b^2}{a+b}=2+a+b$
halle un valor de $\dfrac{(x-a)^2}{b^2}$.

A) 3 B) 2 C) 4
D) 6 E) 7

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO CREEMOS EN LA EXIGENCIA

14. Con respecto a la ecuación bicuadrada
$x^4+mx^3-4x^2-(n^2-6n+5)=m$
indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F).

I. Si $n \in \langle 1; 5\rangle$ sus raíces son reales.
II. Si $n > 5$, presenta dos raíces imaginarias.
III. Si $n < 1$; presenta solo raíces imaginarias.

A) VFV B) VVF C) FVV
D) VFF E) FFF

15. Halle una raíz del polinomio
$P_{(x)}=ax^3+bx^2+cx+d$
si se sabe que es mónico y sus coeficientes están en progresión geométrica y en el orden presentado.

A) c B) $-b$ C) $-d$
D) a E) b

16. Determine la relación entre los coeficientes para que las siguientes ecuaciones presenten una raíz en común.
$x^3+ax+b=0$
$x^3+a'x+b'=0$

A) $(b'-b)^3+(a-a')^2(ab'-ba')=0$
B) $(b'-b)^3-(a-a')^2(ab'+ba')=0$
C) $(b'-b)^3+(a-a')^2(ab'+ba')=0$
D) $(b'-b)^2+(a-a')(ab'-ba')=0$
E) $(b-b')^3+(a-a')^2(ab'-ba')=0$

17. Un número complejo más su inverso es igual al conjugado de dicho número. El número complejo es

A) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $1+i$ C) $\pm\frac{i}{\sqrt{2}}$
D) $\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{i}{\sqrt{2}}$ E) $\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{i}{\sqrt{2}}$

18. Calcule el valor de $\frac{1}{\alpha\beta}+\frac{1}{\alpha\theta}+\frac{1}{\beta\theta}$
si α; β y θ son las soluciones de la ecuación
$\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^2-4}=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}$

A) 2 B) –1 C) 3
D) –3 E) –1/2

19. Si en z y w números complejos no reales, calcule el módulo de K si

$$K=\frac{z\bar{w}+\bar{z}w+(\bar{z}w-z\bar{w})i}{\mathrm{Re}(z\bar{w})-\mathrm{Im}(\bar{z}w)i}$$

A) 4 B) 5 C) 2
D) 3 E) 1

20. Se tiene z y w dos números complejos donde $a=\mathrm{Re}(z)$; $b=\mathrm{Re}(w)$ $(a\neq b)$ si se cumple que $z+w$ es un complejo real y zw es imaginario puro, halle el máximo valor de

$$\frac{a^3-b^3}{a^2b-ab^2}$$

A) -1
B) 3
C) 4
D) 0
E) 1

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO CREEMOS EN LA EXCELENCIA

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
ADUNI